

**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОРАГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЦЕНТРОСОЮЗА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ КООПЕРАЦИИ»**



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
В.П. Леошко
«15 марта 2024 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ ПРЕДМЕТУ**

МАТЕМАТИКА

2024 год

Ермилов М.М. Программа вступительного испытания по общеобразовательному предмету **Математика** для поступающих на программы высшего образования – программы бакалавриата, программы специалитета. Программа предназначена для лиц, которые имеют право сдавать общеобразовательные вступительные испытания, проводимые Университетом самостоятельно в соответствии с Правилами приема.

Вступительное испытание предназначено для определения подготовленности поступающего к освоению программ бакалавриата, программ специалитета и проводится с целью определения требуемых компетенций поступающего, необходимых для освоения основных образовательных программ высшего образования.

Программа:

обсуждена и одобрена решением кафедры информационных технологий и естественно-научных дисциплин от «15» декабря 2023 г., протокол № 5.

Заведующий кафедрой



С.Я. Битюцкий

Алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Делитель, кратное. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9,10.
3. Целые числа(Z). Рациональные числа(Q). Иррациональные числа(J).
4. Действительные числа(R). Арифметические действия над ними. Сравнение действительных чисел, представление в виде десятичных дробей.
5. Модуль действительного числа, его свойства и геометрический смысл. Изображение чисел на прямой.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Одночлен и многочлен. Корень квадратного трехчлена. Формулы сокращенного умножения.
7. Рациональные (алгебраические) дроби. Основное свойство дроби, сокращение дробей. Арифметические действия с алгебраическими дробями.
8. Степень с натуральным и рациональным показателем, их свойства и применение к преобразованию выражений.
9. Арифметический корень и его свойства.
10. Логарифмы и их свойства.
11. Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность.
12. Проценты. Действия с процентами. Перевод дробей в проценты. Основные задачи на проценты.
13. Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Виды уравнений (линейные; квадратные и приводимые к ним; высших степеней; дробно-рациональные; с модулями; иррациональные; с параметром), область допустимых значений уравнений и методы их решения.
14. Системы уравнений. Виды систем уравнений (линейные; нелинейные; симметрические; однородные) и методы их решения (в том числе графический).
15. Неравенства. Свойства числовых неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Виды неравенств и методы их решения. Метод интервалов.
16. Системы неравенств, их виды и методы решения (в том числе графический).
17. Тригонометрическая окружность. Радианная мера измерения углов.
18. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента. Основные тригонометрические тождества. Формулы сложения (разности) тригонометрических функций. Формулы приведения. Преобразование в произведение сумм и разностей тригонометрических функций.
19. Тригонометрические функции суммы и разности двух аргументов(формулы). Тригонометрические функции двойного, тройного и половинного аргумента. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
20. Обратные тригонометрические функции.

21. Простейшие тригонометрические уравнения и их решения ($\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$).
22. Простейшие тригонометрические неравенства и их решения.
23. Различные виды тригонометрических уравнений и неравенств и методы их решения. Системы тригонометрических уравнений и неравенств.
24. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множества значений функции.
25. Возрастание и убывание функции, периодичность, четность, нечетность. График функции.
26. Определения и основные свойства функций: линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической, арифметического корня, тригонометрических.
27. Обратные функции. Взаимно обратные функции и их свойства.
28. Кусочно-заданные функции. График кусочно-заданной функции.
29. Числовые последовательности и их виды. Предел последовательности.
30. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Свойства (формулы) арифметической и геометрической прогрессии.
31. Бесконечно малые функции. Предел функции на бесконечности и его геометрический смысл. Правила вычисления пределов и формулы.
32. Понятие о производной. Её физический и геометрический смысл. Формулы производных основных элементарных функций. Правила вычисления производных.
33. Уравнение касательной к графику функции в заданной точке.
34. Производная сложной функции.
35. Исследование функций с помощью производной: достаточное условие возрастания (убывания) функции, понятие экстремума функции, нахождение экстремумов функции, достаточное условие экстремума, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Построение эскизов графиков функций.
36. Понятие о первообразной функции. Таблица первообразных (неопределённых интегралов). Свойства неопределённого интеграла.
37. Определённый интеграл. Его геометрический смысл. Свойства определённого интеграла. Вычисление определённого интеграла (формула Ньютона-Лейбница). Площадь криволинейной трапеции.
38. Комбинаторика и её элементы.
39. Случайные события. Вероятность случайного события. Свойства вероятностей.
40. Случайные величины и их распределения. Элементы математической статистики. Понятие выборки и её числовые характеристики.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка. Угол, величина угла. Смежные и вертикальные углы.

2. Параллельные прямые, признаки параллельности прямых. Аксиома параллельных прямых. Углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей.
3. Треугольник. Его медиана, биссектриса и высота. Признаки равенства треугольников.
4. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника.
5. Подобные треугольники, признаки подобия треугольников. Применение подобия к решению задач.
6. Соотношения между сторонами и углами треугольника, сумма углов треугольника, неравенство треугольника, теорема синусов, теорема косинусов. Формулы площади треугольников.
7. Четырёхугольники: параллелограмм, трапеция, прямоугольник, ромб, квадрат. Их свойства и формулы площади.
8. Подобные фигуры. Отношение площади подобных фигур.
9. Осевая и центральная симметрии, примеры преобразования фигур.
10. Окружность и круг. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь кругового сектора. Касательная к окружности.
11. Вписанная и описанная окружность. Центральные и вписанные углы.
12. Векторы. Равенство векторов. Законы сложения векторов. Правило треугольника, правило параллелограмма.
13. Координаты вектора. Операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число). Простейшие задачи в координатах (координаты середины отрезка, длина вектора, расстояние между двумя точками).
14. Скалярное произведение векторов и его свойства.
15. Понятие движения. Параллельный перенос и поворот.
16. Аксиомы планиметрии.
17. Аксиомы стереометрии.
18. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признаки параллельности плоскостей.
19. Прямая в пространстве, параллельность прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости.
20. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Угол между скрещивающимися прямыми.
21. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.
22. Многогранники: призма (прямая и наклонная), пирамида, параллелепипед (прямой и наклонный, прямоугольный и непрямоугольный). Их свойства, формулы объёма и формулы площади поверхности.

23. Методы построения сечений многогранников. Нахождение площади сечения.

24. Тела и поверхности вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Их свойства, формулы объёма и формулы площади поверхности.

25. Вписанные (описанные) многогранники.

Список рекомендованной литературы:

1. Алгебра и начала математического анализа / под ред. Колмогорова А.Н. – М.: Просвещение, 2023. - 384 с.

2. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11: Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2022. - 288 с.

3. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Алгебра и начала математического анализа. – М.: Просвещение, 2021.

4. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала математического анализа. – М.: Просвещение, 2022. – 320 с.

Вступительное испытание проводится в форме тестирования

Тест состоит из 19 заданий и 4-х частей.

Каждое задание первой части оценивается в 3 балла, каждое задание второй части в 4 балла, каждое задание третьей части в 8 баллов. Задание четвертой части оценивается в 12 баллов.

Максимальная сумма баллов составляет 100.

Время выполнения работы – 1 час 30 минут (90 мин).

Типовой вариант вступительного испытания

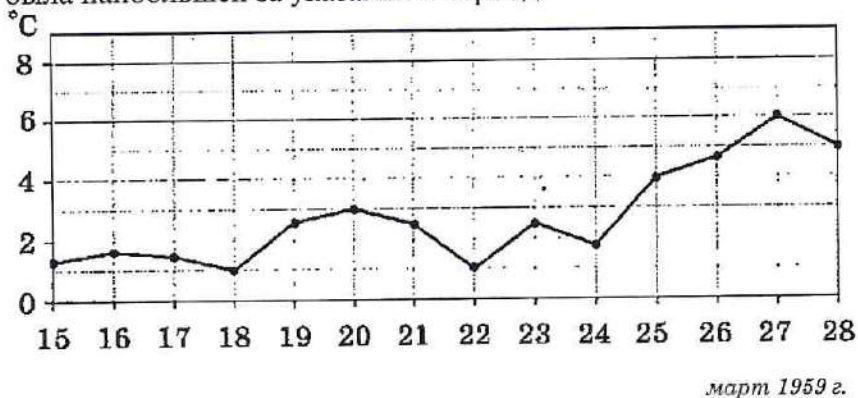
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 1

1. По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи каждый день снимает 22 руб. Если на счёту осталось не больше 22 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня Лиза положила на свой счёт 500 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

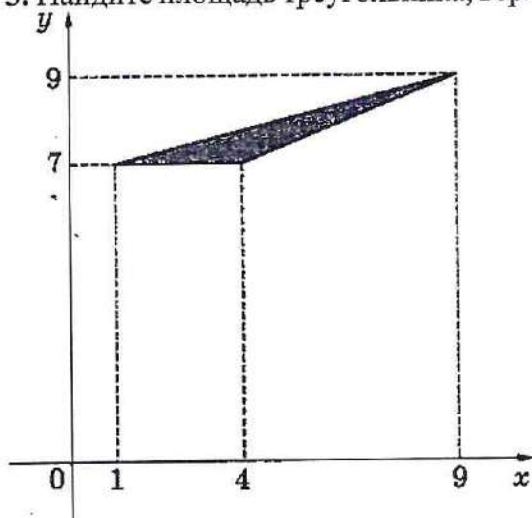
Ответ: _____

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какого числа среднесуточная температура была наибольшей за указанный период.



Ответ: _____

3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(4;7)$, $(9;9)$.



Ответ: _____

4. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, вторая — 70%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____

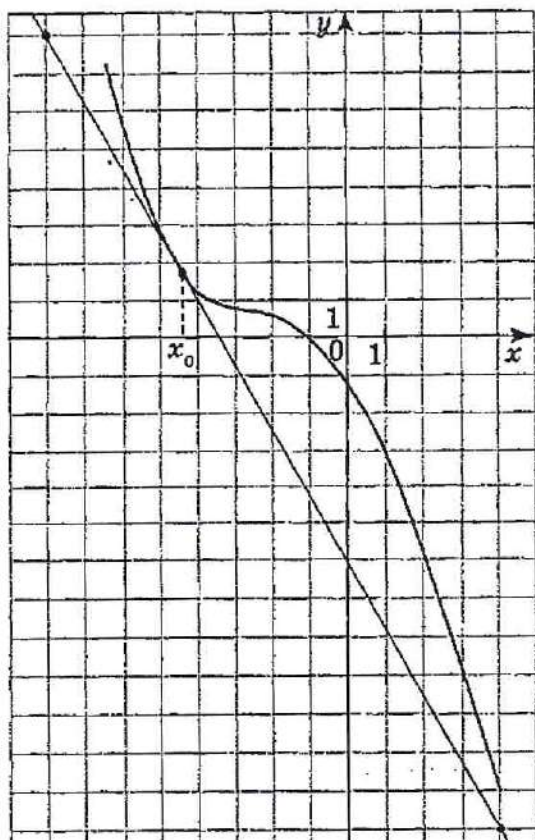
5. Найдите корень уравнения $\log_2(6-x) = 5$

Ответ: _____

6. Один угол параллелограмма больше другого на 12° . Найдите больший угол параллелограмма.

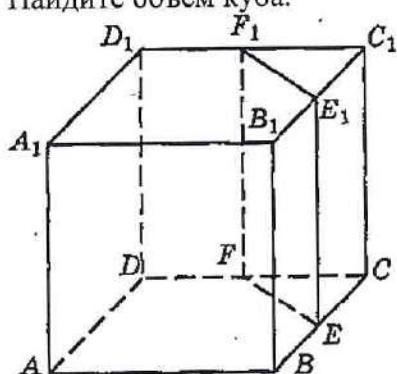
Ответ: _____

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____

8. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E, F, E_1 и F_1 являются серединами рёбер $BC, DC, B_1 C_1$ и $D_1 C_1$ соответственно. Объём призмы, отсекаемой от куба плоскостью EFF_1 равен 36. Найдите объём куба.



Ответ: _____

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\sqrt{32} \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{13\pi}{8}$$

Ответ: _____

10. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1600$ К, $a = -5$ К/мин², $b = 105$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____

11. Моторная лодка прошла против течения реки 55 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 ч меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: _____

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 13 \operatorname{tg} x - 13x + 5 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; 0 \right]$$

Ответ: _____

Часть 3

13.

а) Решите уравнение $2\cos 2x + 4\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .

б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство $\frac{2^x}{2^x - 3} + \frac{2^x + 1}{2^x - 2} + \frac{5}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6} \leq 0$.

16. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P .

Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

Часть 4

19. На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

- а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?
- б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?
- в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.